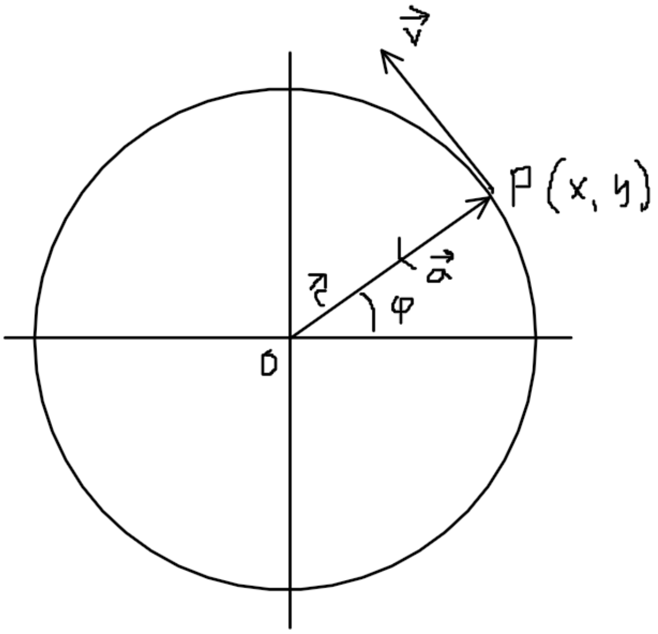
Jævn cirkelbevægelse

En bevægelse med konstant fart v rundt i en cirkel



$r: radius$
$T: omløbstid$
$f: frekvens$
$\omega: vinkelhastighed$
$v: fart$
$\phi: vinkel\ mellem\ x - aksen\ og\ \overrightarrow{OP} = \vec{r}$

$\phi = \omega \cdot t$
$2\pi = \omega \cdot T$
$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad eller \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
$v = \omega \cdot r$
$v = 2\pi \cdot f \cdot r$

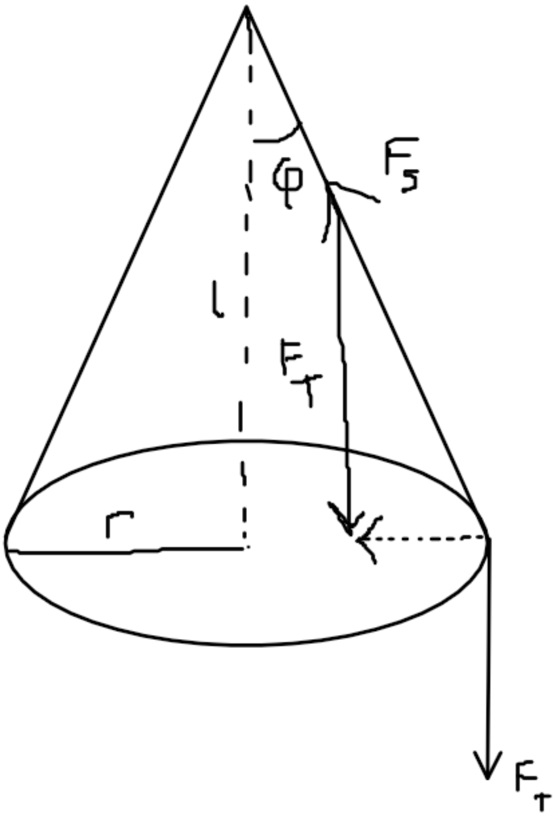
$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ r \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}$
$\vec{v} = \vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ r \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = \omega \cdot \begin{pmatrix} -r \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ r \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = \omega \cdot \hat{\vec{r}}$
$\vec{a} = \vec{v}'(t) = \begin{pmatrix} v_x'(t) \\ v_y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ -r \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \cdot \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ r \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$

$\vec{r}\ er\ modsatrettet\ \vec{a}$
$\vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$
$\vec{v}\ står\ vinkelret\ på\ \vec{r}\ og\ \vec{a}$
$\vec{v} = \omega \cdot \hat{\vec{r}}$

$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} \cdot r = 2\pi \cdot f \cdot r$

$$a = \omega^2 \cdot r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot r$$
$$\overrightarrow{F_{res}} = m \cdot \vec{a}$$

$I\ en\ jævn\ cirkelbevægelse\ er\ \vec{a} \neq \vec{0},\qquad a = \omega^2 \cdot r = konstant$
$I\ en\ jævn\ cirkelbevægelse\ peger\ \vec{a}\ og\ \overrightarrow{F_{res}}\ mod\ centrum$
$F_{res} = F_{cen} : centripital$
$I\ en\ jævn\ cirkelbevægelse\ er\ den\ samlede\ kraft$ det $samme\ som\ centripitalkraften$



$$\begin{Bmatrix} a = \omega^2 \cdot r \\ v = \omega \cdot r \end{Bmatrix} \Rightarrow a = \left(\frac{v}{r}\right)^2 \cdot r \Rightarrow a = \frac{v^2}{r}$$

$$\tan(\phi) = \frac{F_{res}}{F_T} = \frac{F_{cen}}{F_T}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{v^2/r}{g}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r \cdot g}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2 \cdot g}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{4\pi^2 \cdot l \cdot \sin(\phi)}{T^2 \cdot g}$$

$$\cos(\phi) = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2 \cdot l}$$

$$F_{res} = F_{cen}$$
$$F_{grav} = F_{cen}$$
$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$G \cdot \frac{M}{r^2} = \frac{\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r}$$
$$\frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$
$$\frac{G \cdot M}{4\pi} = \frac{r^3}{T_2}$$
$Keplers\ 3.\, lov!$